

## Matematica finanziaria: prova di esame del 28 maggio 2008

Svolgere gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5, 8 e 9, più 1 a scelta tra 6 e 7.

1. Qual è il montante che si ottiene dopo 3 anni, investendo 800 euro in regime nominale al tasso annuale del 10% pagabile semestralmente? Assumere un reinvestimento delle cedole in regime iperbolico al tasso semestrale di sconto del 2%.
2. Scrivere il piano di ammortamento italo-tedesco di un prestito di 6000 euro remunerato al 5% mensile da restituire in 6 mesi.
3. Si consideri una legge finanziaria in due variabili  $r(x, y)$  con forza d'interesse  $\delta(x, y) = 0.04y$ . Dire, motivando la risposta, se  $r(x, y)$  è scindibile.
4. Un capitale di 9000 euro è depositato in un fondo che rende secondo la legge  $r(t) = 1.05^t$ , con  $t$  che misura gli anni. Da questo fondo si prelevano 1500 euro alla fine di ogni anno. Dopo quanti anni il fondo si esaurisce?
5. Calcolare il rendimento effettivo medio di un'obbligazione di valore nominale 900 euro, remunerata con cedole annuali posticipate del 5% e vita residua 2 anni e 1 mese, assumendo un rimborso di tipo progressivo uniforme e un prezzo di 940 euro. Approssimare il risultato a 2 cifre decimali.
6. Denotiamo con  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  tre call europee con stessa scadenza, stesso sottostante, costo in 0 rispettivamente  $C_1(0) = 9$ ,  $C_2(0) = 12$  e  $C_3(0) = 10$ , prezzi d'esercizio rispettivamente  $K_1 = 90$ ,  $K_2 = 120$  e  $K_3 = 100$ . Si consideri il portafoglio  $P = C_1 + C_2 - 2C_3$ . Disegnare il grafico del payoff di  $P$  in funzione del valore del sottostante a scadenza, e descrivere un possibile utilizzo di copertura di tale portafoglio.
7. Si consideri un contratto a termine, con scadenza tra 3 mesi, su un sottostante che adesso vale 80. Si assuma un tasso mensile privo di rischio del 12%. Calcolare il prezzo d'esercizio affinché il contratto a termine abbia valore 0.
8. Si consideri una call europea con prezzo d'esercizio 95 e scadenza tra 3 periodi. Si assuma che ad ogni periodo il prezzo dell'azione sottostante possa solo salire del 20% con probabilità 0.6, o scendere del 10% con probabilità 0.4, e che il tasso privo di rischio sia del 10% periodale. Si assuma che al periodo 1 il valore del sottostante sia 100.
  - (a) Calcolare quale deve essere il valore della call al periodo 1 se si vuole che non sia possibile effettuare arbitraggi.
  - (b) Descrivere un portafoglio replicante.
  - (c) Assumendo che la call al periodo 1 si trovi quotata sul mercato a 2, descrivere un arbitraggio.
  - (d) Si consideri una put europea con stesso sottostante, stesso prezzo d'esercizio e stessa scadenza della call studiata nei punti precedenti. Quante azioni deve contenere al periodo 1 un portafoglio replicante della put?
9. Solo corso da 7 crediti Si considerino due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  identicamente distribuite e indipendenti, con distribuzione di probabilità data da  $p(1) = 0.5$ ,  $p(2) = 0.3$ ,  $p(3) = 0.2$ . Calcolare  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $\sigma(X)$ ,  $\sigma(Y)$ ,  $\text{Cov}(X, Y)$ .